ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра общей и технической физики

Отчет по практической работе №3

По дисциплине **ФИЗИКА**

Тема**: Определение ускорения свободного падения при помощи универсального маятника**

Автор**:** студент гр. **ГНГ-21-2** _______________ Анненкова М.А.

(подпись) (Ф.И.О.)

ОЦЕНКА: ______________

Дата: 19 октября 2021 г.

ПРОВЕРИЛ ____________ ______________ __________________

(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
2021 год

Цель работы: определить ускорение свободного падения при помощи универсального маятника.

Основные теоретические данные

Измерения ускорения свободного падения выполняются с помощью косвенных методов. Многие из них основаны на использовании формул для периода колебаний математического и физического маятников.

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой, нерастяжимой нити и совершающая колебание в вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{3.1}$$

где l - длина маятника; g - ускорение свободного падения.

Отсюда ускорение свободного падения определяется по формуле

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{3.2}$$

Ускорение g можно вычислить, измерив T и l. Погрешность определения g в этом случае связана с тем, что реальный маятник, используемый в лабораторных условиях, может только с некоторым приближением рассматриваться как математический. Чем больше l, тем точнее косвенное измерение ускорения свободного падения с использованием этой методики.

Физическим маятником называется абсолютно твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через его центр тяжести.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \qquad (3.3)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси качаний (точки подвеса); m - его масса; l - расстояние от центра масс до оси качаний.

Величину $L = \frac{J}{ml}$ называют приведенной длиной физического маятника. Она равна длине такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника.

Зная T, m, l и J можно по формуле (3.3) найти ускорение свободного падения g. Массу маятника и период его колебаний можно измерить с очень высокой точностью, но точно измерить момент инерции не удается. Указанного недостатка лишен метод оборотного маятника, который позволяет исключить момент инерции из расчетной формулы для g.

Метод оборотного маятника основан на том, что во всяком физическом маятнике можно найти такие две точки, что при последовательном подвешивании маятника за одну или другую, период колебаний его остается одним и тем же.

Расстояние между этими точками представляет собой приведенную длину данного маятника.

Оборотный маятник (рис. 3.1) состоит обычно из металлического стержня A, по которому могут передвигаться и закрепляться в том или ином положении грузы B_1 и B_2 и опорные призмы C_1 и C_2. Центр масс маятника - точка O. Период колебаний маятника можно менять, перемещая грузы или опорные призмы. Маятник подвешивают вначале на призме C_1 и измеряют период его колебаний T_1. Затем маятник подвешивают на призме C_2 и измеряют период колебаний T_2.

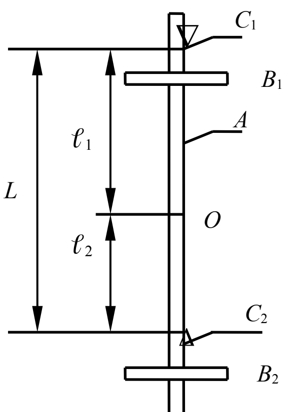

Рис. 3.1. Оборотный маятник. А – металлический стержень, по нему могут передвигаться и закрепляться в том или ином положении грузы B_1 и B_2 и опорные призмы C_1 и C_2. Точка O – центр масс маятника.

Допустим, что нам удалось найти такое положение грузов, при котором периоды колебаний маятников T_1 и T_2 на призме C_1 и C_2 совпадают, т.е.

$$T_1 = T_2 = T = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{mgl_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{mgl_2}}. \tag{3.4}$$

Отсюда следует, что

$$J_1 = mgl_1\frac{T^2}{4\pi^2}, \quad J_2 = mgl_2\frac{T^2}{4\pi^2} \tag{3.5}$$

По теореме Штейнера

$$J_1 = J_0 + ml_1^2; \qquad J_2 = J_0 + ml_2^2, \tag{3.6}$$

где J_0 - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси качаний.

С учетом формул (3.5) и (3.6) можно записать

$$J_1 - J_2 = \frac{T^2 mgl_1}{4\pi^2} - \frac{T^2 mgl_2}{4\pi^2} = m\left(l_1^2 - l_2^2\right).$$

Следовательно

$$l_1 + l_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2}.$$

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{3.7}$$

Ускорение свободного падения

$$g = 4\pi^2 L / T^2 \tag{3.8}$$

Формула (3.7) аналогична формуле (1) для математического маятника. Следовательно, $L = l_1 + l_2$ - приведенная длина физического маятника, которая, как видно из рис.1, равна расстоянию между призмами C_1 и C_2, в момент измерений когда $T_1 = T_2$. Это расстояние легко может быть измерено с большой точностью.

Чтобы пояснить процедуру достижения равенства периодов T_1 и T_2, исследуем, как зависит период колебаний от расстояния l между центром масс и осью качаний маятника. Согласно формулам (3) и (6), имеем

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + ml^2}{mgl}}. \tag{3.9}$$

Для определения минимума функции $T = f(l)$ (формула 3.9) необходимо приравнять нулю её первую производную. Период колебаний будет минимален т. е. $T = T_{\min}$ при $l_{\min} = \sqrt{\frac{J_0}{m}}$ (рис. 3.2). При $T > T_{\min}$ одно и то же значение T достигается при двух разных значениях l; одно из них больше, а другое меньше $l_{\min}$. Эти значения l_1 и l_2 и входят в формулу для приведенной длины маятника L.

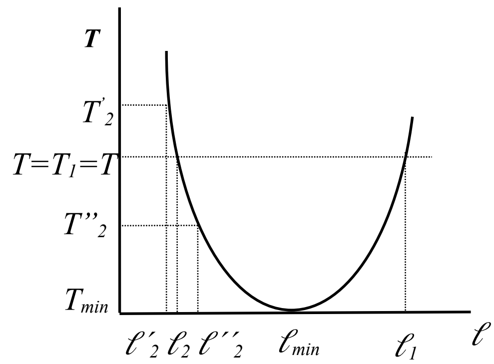

Рис. 3.2. График зависимости периода колебаний T от расстояния l между центром масс и осью качаний маятника.

Вначале измеряется период колебаний маятника T_1 относительно призмы C_1. Затем маятник переворачивается и измеряется период колебаний T_2 относительно призмы C_2. Если при этом получится $T_2' > T_1$, то этому будет соответствовать $l_2^1 < l_2$. И для того, чтобы приблизить T_2'' и T_1, надо увеличить l_2^1. Для этого надо призму C_2 передвинуть от середины стержня к краю. Если получится T_2'' < T_1, то призму C_2 надо будет передвинуть к середине стержня.

Анализ точности измерения g методом оборотного маятника показывает, что погрешность измерения слабо зависит от точности, с которой выполняется равенство $T_1 = T_2$. Достаточно добиться того, чтобы периоды оказались равны друг другу с точностью 0,5 %.

Кроме того, для получения достаточной точности измерения отношение l_1/l_2 не должно быть слишком малым или слишком большим. Достаточно выполнить изменения в пределах $1,5 < l_1/l_2 < 3$.

Экспериментальная установка

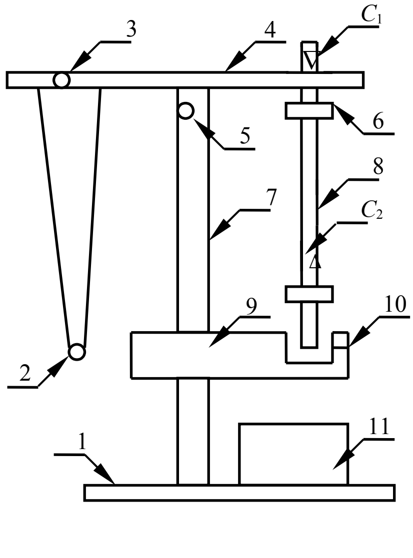

Рис. 3.3. Универсальный маятник. 1 - основание универсального маятника; 2 - математический маятник; 3 – винт; 4 – верхний кронштейн;.5 – винт; 6 – диски; 7 - колонка; 8 - оборотный маятник; 9 - нижний кронштейн; 10 - фотоэлектрический датчик; 11 – секундомер. C_1 и C_2 – призмы (ножи).

Расчетные формулы

$$g_i = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

где g_i – ускорение свободного падения [м/с^2], l – длина математического маятника [м], T – период колебаний [с]

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

где g – ускорение свободного падения [м/с^2], L – приведенная длина оборотного маятника (расстояние между призмами) [м], T – период колебаний [с]

$$T = \frac{t}{n}$$

где T – период колебаний [с], t – время [с], n – количество колебаний

Погрешность прямых измерений

$\Delta l = \Delta L = 0{,}001$ м

$\Delta t = 0{,}001$ с

Исходные данные

l=48 см (длина математического маятника)

n=10 (количество колебаний)

Таблицы

Таблица 3.1. Математический маятник

Физическая величина	t	T_i	g_i
Единицы измерения Номер опыта	*с*	*с*	*м/с*^{2}
1	14,147	1,4147	13,38123418
2	14,141	1,4141	13,38691182
3	14,141	1,4141	13,38691182
4	14,141	1,4141	13,38691182
5	14,140	1,414	13,38785856
6	14,140	1,414	13,38785856
7	14,139	1,4139	13,38880543
8	14,137	1,4137	13,39069958
9	14,138	1,4138	13,38975244
10	14,137	1,4137	13,39069958

$\overline{g}$=13,38776438 м/с^2

Таблица 3.2. Оборотный маятник

<table>
<tr><td>Физическая величина</td><td>t</td><td>T_1</td><td>$T_{ср1}$</td><td>T_2</td><td>g</td></tr>
<tr><td>Единицы измерения
Номер опыта</td><td>с</td><td>с</td><td>с</td><td>с</td><td>м/с^2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>12,894</td><td>1,2894</td><td rowspan="3">1,2634</td><td rowspan="3">1,2772</td><td rowspan="3">9,8992</td></tr>
<tr><td>2</td><td>12,511</td><td>1,2511</td></tr>
<tr><td>3</td><td>12,497</td><td>1,12497</td></tr>
</table>

Приведенная длина оборотного маятника L=40,5 см; T_1¿T_2 примерно на 1,1 %

Для расчета ускорения свободного падения, я использовала среднее значение: $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$ = 1,2703 с

Погрешность косвенных измерений

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

1. Прологарифмируем данную формулу:

$$\ln g = \ln 4 + 2\ln \pi + \ln L - 2\ln T$$

2. Продифференцируем полученное выражение и возьмем каждое слагаемое по модулю:

$$\frac{\Delta g}{g} = 2\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta L}{l}$$

3. Запишем его абсолютную среднюю квадратичную погрешность:

$$\Delta g = g \cdot \sqrt{\left(2\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2}$$

4. Рассчитаем погрешность косвенных измерений:

$$\Delta g = 9{,}8992 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}001^2}{1{,}2703^2} + \frac{0{,}001^2}{0{,}405^2}} = ¿\,0{,}0289887\,¿$$

Ответ

g=9,90±0,03 м/$с^2$